

## VIII Predavanje - zadaci

1. Data je kota repera  $H_{R1}=642.547$  m. Da bi se sračunala kota repera R2 mjereno je metodom geometrijskog nivelmana sa tri stanice na reperima i dvije vezne tačke.

Sa stanice 1 dobijena su čitanja na letvama na reperu R1 i veznoj tački a:

$$l_{R1} = 1.789m \text{ i } l_a = 0.899m$$

Sa stanice 2 dobijena su čitanja na letvama na veznoj tački a i veznoj tački b:

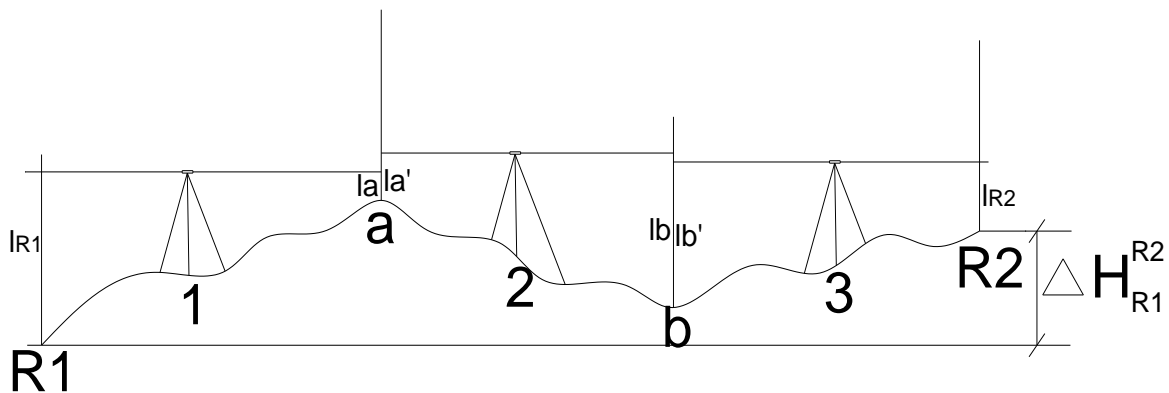
$$l'_a = 1.112m \text{ i } l_b = 1.884m$$

Sa stanice 3 dobijena su čitanja na letvama na veznoj tački b i reperu R2:

$$l'_b = 1.665m \text{ i } l_{R2} = 1.311m$$

Na osnovu datih podataka nacrtati približnu skicu i sračunati kotu repera R2.

Skica se crta na osnovu datih vrijednosti čitanja na letvama:



Skica kod geometrijskog nivelmana sa crta na osnovu vrijednosti čitanja odsječaka na letvama. Kao što vidite, vizura je horizontalna kod ovih instrumenata (niveliri). Prvo se posmatra pozicija instrumenta između repera R1 i vezne tačke a. Pošto je čitanje odsječaka na letvi na tački R1 veće (1,789 veće od 0,899) tako se zaključuje da je tačka R1 niža od tačke a. Zatim se posmatraju tačke a i b. Čitanje na tački b je veće od čitanja na tački

a (1,884 je veće od 1,112) pa je tačka b niža od tačke a. I na kraju, čitanje na tački b je veće od čitanja na reperu R2 pa je tačka b niža od repera R2. Naravno, ovdje treba nacrtati samo približnu skicu da vidim da znate da na osnovnu čitanja na letvama zaključite koja je visočija koja je niža. Ukupna visinska razlika  $\Delta H$  je takođe nanešena na skici i predstavlja sumu pojedinačnih visinskih razlika brojčano.

Da bi se sračunala kota repera R2 potrebno je sračunati ukupnu visinsku razliku između repera R1 i repera R2 -  $\Delta H_{R1}^{R2}$  koja se računa sumiranjem pojedinačnih visinskih razlika u nivelmanskom vlaku.

Pojedinačne visinske razlike se računaju po opštoj formuli geometrijskog nivelmana:

$$\Delta h_i^j = l_i - l_j$$

gdje je  $l_i$  vrijednost čitanja ostsječka na „zadnjoj“ letvi a  $l_j$  vrijednost čitanja ostsječka na „prednjoj“ letvi.

Na ovaj način se prvo računa visinska razlika između repera R1 i vezne tačke a:

$$\Delta h_{R1}^a = l_{R1} - l_a = 1.789m - 0.899m = 0.890m$$

Zatim se računa visinska razlika između vezne tačke a i vezne tačke b:

$$\Delta h_a^b = l_a' - l_b = 1.112m - 1.884m = -0.772m$$

Na kraju se računa visinska razlika između vezne tačke b i repera R2:

$$\Delta h_b^{R2} = l_b' - l_{R2} = 1.665m - 1.311m = 0.354m$$

Ukupna visinsku razliku između repera R1 i R2 se dobija kao suma pojedinačnih visinskih razlika:

$$\Delta H_{R1}^{R2} = \sum \Delta h = \Delta h_{R1}^a + \Delta h_a^b + \Delta h_b^{R2} = 0.890m + (-0.772m) + 0.354m = 0.472m.$$

Konačno, kota repera R2 se dobija kada se na kotu repera R1 doda sračunata ukupna visinska razlika između njih:

$$H_{R2} = H_{R1} + \Delta H_{R1}^{R2} = 642.547m + 0.472m = 643.019m$$

2. Data je kota tačke A -  $H_A = 358.60m$ . Instrument je prvo bio centrisan na tački A i metodom trigonometrijskog nivelmana su izmjereni elementi za određivanje visinske razlike između tačaka A i B. Instrument je zatim premješten na tačku B pa su mjereni elementi za računanje visinske razlike između tačaka B i C. Mjerenjima su dobijeni sledeći podaci:

$$i_A = 1.74m, l_B = 2.10m, S_{A-B} = 54.89m, Z_A^B = 88^\circ 54' 37'',$$
$$i_B = 1.68m, l_C = 1.95m, S'_{B-C} = 71.98m \text{ i } \alpha_{B-C} = -2^\circ 24' 23'',$$

gdje je:

$i_A$  - visina instrumenta na tački A,

$l_B$  - visina signala na tački B,

$S_{A-B}$  - horizontalna dužina između tačaka A i B,

$Z_{A-B}$  - zenitno odstojanje između prekreta durbina na tački A i centra signala na tački B,

$i_B$  - visina instrumenta na tački B,

$l_C$  - visina signala na tački C,

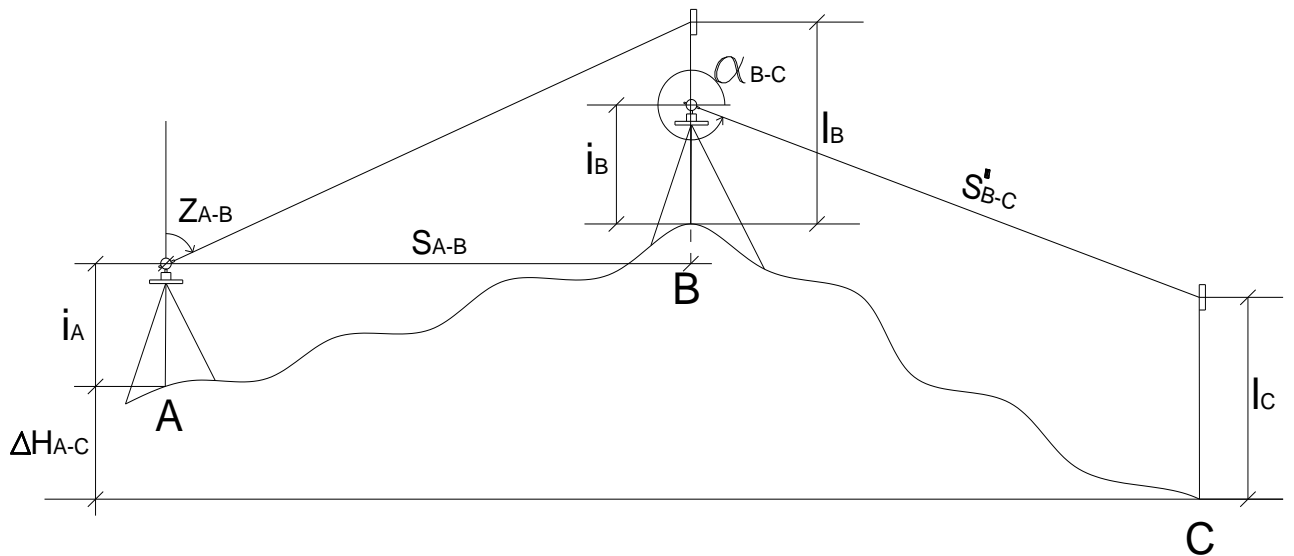
$S'_{B-C}$  - kosa dužina između tačaka B i C,

$\alpha_{B-C}$  - vertikalni ugao između prekreta durbina na tački B i centra signala na tački

C.

Nacrtati približnu skicu i sračunati kote tačaka B i C.

Približna skica se crta na osnovu datih podataka:



Skica kod trigonometrijskog nivelmana se crta na osnovu datih podataka. Za razliku od geometrijskog nivelmana gdje instrument (nivelir) stoji između tačaka ovdje instrument (totalna stanica) stoji centrisana iznad date tačke i vizura je kosa. Dakle za približnu skicu je jedino bitno da znate da na osnovu datog vertikalnog ugla ili zenitnog odstojanja da nacrtate vizuru „prema gore“ ili „prema dolje“. U ovom zadatku za visinsku razliku između tačaka A i B dato je zenitno odstojanje  $Z$ . I u predavanjima je rečeno da ukoliko je  $Z$  veće od 90 stepeni visinska razlika je negativna i vizura ide „na dolje“ a ako je manje onda je visinska razlika pozitivna i vizura ide „na gore“. Ovdje je vrijednost zenitnog odstojanja manja od 90 ( $88^{\circ}54'37''$ ), pa je vizura na gore i tačka B je visočija (ima veću kotu).

Za slučaj kada je dat verikalni ugao  $\alpha$ , opet od njegove vrijednosti zavisi smjer vizure. Ako je  $\alpha$  između  $270^{\circ}$  i  $360^{\circ}$  ili ako je negativan (tada mu dodajemo  $360^{\circ}$  i dolazi u ovaj opseg), tada je vizura „na dolje“ i visinska razlika je negativna. Kada je vrijednost  $\alpha$  između  $0^{\circ}$  i  $90^{\circ}$  tada je vizura „na gore“ i visinska razlika je pozitivna. Konkretno u ovom zadatku  $\alpha$  ima vrijednost

$-2^{\circ}24'23''$  što je isto što i  $357^{\circ}35'37''$ , pa je vizura između tačaka B i C „ka dolje“, odnosno tačka C ima manju kotu od tačke B.

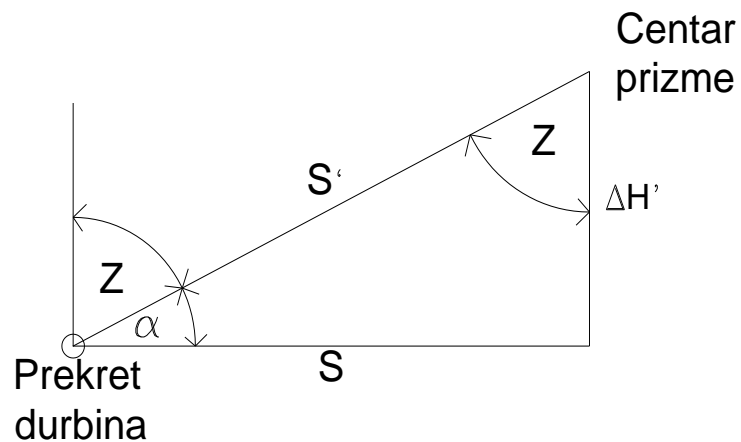
Na skici je potrebno samo skicirati koja je dužina data. Između A i B - S – horizontalna dužina a između B i C - S' – kosa dužina. Na ovoj skici su nanešeni i visine instrumenta  $i_a$  i  $i_b$  i visine signala  $l_a$  i  $l_b$  i to je stavljeno samo da bi znali šta je visina instrumenta a šta signala i nije neophodno to nacrtati pri izradi zadatka.

Iz datih elemenata se prvo računa visinska razlika između tačaka A i B. Ona se računa po formuli:

$$\Delta H_{A-B} = \Delta h_{A-B} + i_A - l_B$$

gdje je  $\Delta h_{A-B}$  visinska razlika između prekreta durbina na instrumentu na tački A i centra signala (sredina prizme) na tački B.

Na trouglu na slici ispod su prikazani svi elementi koji mogu biti mjereni između durbina i centra prizme.



U slučaju iz zadatka kada su mjereni zenitno odstojanje i horizontalna dužina ona se računa po formuli:

$$\Delta h_{A-B} = \frac{S_{A-B}}{\operatorname{tg} Z_{A-B}} = \frac{54.89m}{\operatorname{tg}(88^{\circ}54'37'')} = 1.04m.$$

Ukupna visinska razlika između tačaka A i B:

$$\Delta H_{A-B} = 1.04m + 1.74m - 2.10m = 0.68m$$

Kota tačke B se računa kada se na kotu tačke A doda sračunata visinska razlika između tačaka A i B:

$$H_B = H_A + \Delta H_{A-B} = 358.60m + 0.68m = 359.28m$$

Nakon toga se računa visinska razlika između tačaka B i C po formuli:

$$\Delta H_{B-C} = \Delta h_{B-C} + i_B - l_C$$

gdje je  $\Delta h_{B-C}$  visinska razlika od prekreta durbina na instrumentu na tački B do centra signala na tački C. Sa slike gore, u slučaju kada su mjereni vertikalni ugao i kosa dužina ona se računa po formuli:

$$\Delta h_{B-C} = \sin \alpha_{B-C} * S'_{B-C} = \sin(357^\circ 35' 37'') * 71.98m = -3.02m$$

Napomena: Na negativnu vrijednost ugla  $\alpha$  se dodaje  $360^\circ$  pa se on računa kao:

$$\alpha = -2^\circ 24' 23'' + 360^\circ = 357^\circ 35' 37''$$

Ukupna visinska razlika između tačaka B i C:

$$\Delta H_{B-C} = -3.02m + 1.68m - 1.95m = -3.29m$$

Kota tačke C se računa kada se na sračunatu vrijednost kote tačke B doda sračunata visinska razlika između tačaka B i C:

$$H_C = H_B + \Delta H_{B-C} = 359.28m + (-3.29m) = 355.99m$$

3. Data je kota tačke A -  $H_A = 653.02m$ . Instrument je prvo bio centrisan na tački A i metodom trigonometrijskog nivelmana su izmjereni elementi za određivanje visinske razlike između tačaka A i B. Instrument je zatim premješten na tačku B pa su mjereni elementi za računanje visinske razlike između tačaka B i C. Mjerenjima su dobijeni sledeći podaci:

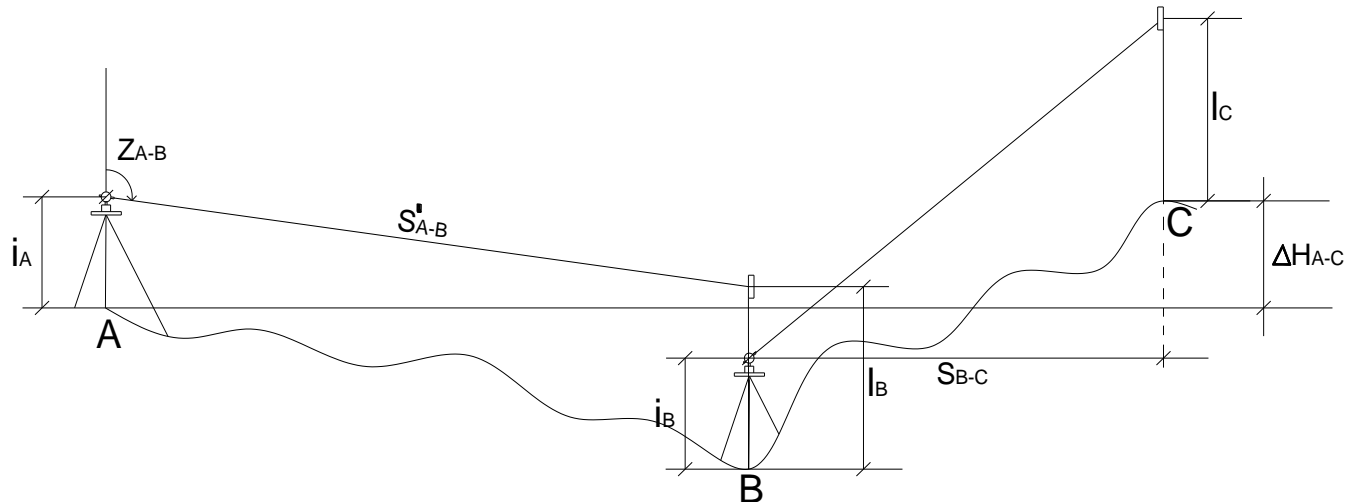
$$i_A = 1.65m, l_B = 1.90m, S'_{A-B} = 37.11m, Z_A^B = 92^\circ 03' 02'', \\ i_B = 1.62m, l_C = 1.50m, S_{B-C} = 47.49m \text{ i } \alpha_{B-C} = 4^\circ 21' 22'',$$

gdje je:

- $i_A$  - visina instrumenta na tački A,
- $l_B$  - visina signala na tački B,
- $S'_{A-B}$  - kosa dužina između tačaka A i B,
- $Z_{A-B}$  - zenitno odstojanje između prekreta durbina na tački A i centra signala na tački B,
- $i_B$  - visina instrumenta na tački B,
- $l_C$  - visina signala na tački C,
- $S_{B-C}$  - horizontalna dužina između tačaka B i C,
- $\alpha_{B-C}$  - vertikalni ugao između prekreta durbina na tački B i centra signala na tački C.

Nacrtati približnu skicu i sračunati kote tačaka B i C.

Približna skica se crta na osnovu datih podataka:



U ovom zadatku između tačaka A i B je dato zenitno odstojanje i veće je od  $90^\circ$  ( $92^\circ 03' 02''$ ) pa je, kako je gore objašnjeno, vizura „ka dolje“ – negativna je visinska razlika. Između tačaka B i C dat je vertikalni ugao  $\alpha$  i vrijednost mu je između  $0^\circ$  i  $90^\circ$  ( $4^\circ 21' 22''$ ) pa je vizura „ka gore“ – visinska razlika je pozitivna. Između tačaka A i B je data kosa dužina  $S'$  a između tačaka B i C, horizontalna dužina  $S$  i kao takve su naznačene na skici. Takođe, naznačeni su i visine instrumenta i signala.

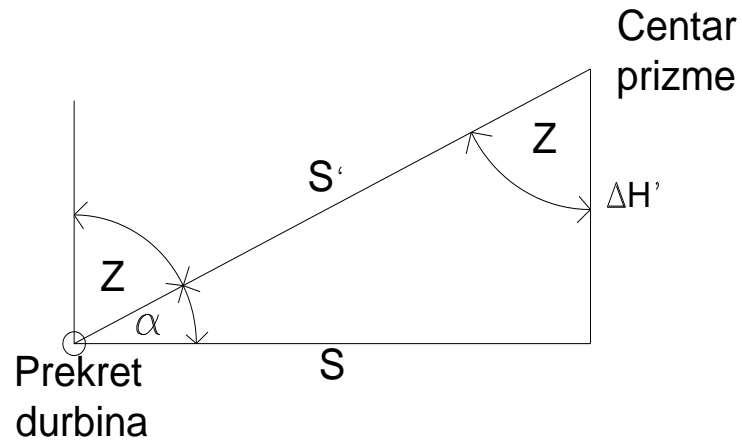
Iz datih elemenata se prvo računa visinska razlika između tačaka A i B. Ona se računa po formuli:

$$\Delta H_{A-B} = \Delta h_{A-B} + i_A - l_B$$

gdje je  $\Delta h_{A-B}$  visinska razlika između prekreta durbina na instrumentu na tački A i centra signala (sredina prizme) na tački B.

Na trouglu na slici ispod su prikazani svi elementi koji mogu biti mjereni između durbina i centra prizme.





U slučaju iz zadatka kada su mjereni zenitno odstojanje i kosa dužina ona se računa po formuli:

$$\Delta h_{A-B} = S'_{A-B} * \cos Z = 37.11m * \cos(92^{\circ}03'02'') = -1.33m$$

Ukupna visinska razlika između tačaka A i B:

$$\Delta H_{A-B} = -1.33m + 1.65m - 1.90m = -1.58m$$

Kota tačke B se računa kada se na kotu tačke A doda sračunata visinska razlika između tačaka A i B:

$$H_B = H_A + \Delta H_{A-B} = 653.02m + (-1.58m) = 651.44m$$

Nakon toga se računa visinska razlika između tačaka B i C po formuli:

$$\Delta H_{B-C} = \Delta h_{B-C} + i_B - l_C$$

gdje je  $\Delta h_{B-C}$  visinska razlika od prekreta durbina na instrumentu na tački B do centra signala na tački C. Sa slike gore, u slučaju kada su mjereni vertikalni ugao i horizontalna dužina ona se računa po formuli:

$$\Delta h_{B-C} = tg\alpha_{B-C} * S_{B-C} = tg(4^{\circ}21'22'') * 47.49m = 3.62m$$

Ukupna visinska razlika između tačaka B i C:

$$\Delta H_{B-C} = 3.62m + 1.62m - 1.50m = 3.74m$$

Kota tačke C se računa kada se na sračunatu vrijednost kote tačke B doda sračunata visinska razlika između tačaka B i C:

Građevinski fakultet Podgorica, osnovne studije  
Geodezija

$$H_C = H_B + \Delta H_{B-C} = 651.44m + 3.74m = 655.18m$$